Gabarito de Matemática

Questão 01

$$\begin{array}{r|l} 7040 & n \\ \cline{2-2} 20 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 12384 & n \\ \cline{2-2} 9 & \end{array}$$

n = MDC (7020, 12375) > 20 ⟶ $\boxed{0{,}5 \text{ Ponto}}$

$$\begin{array}{r|l} 7020 - 12375 & 3 \\ 2340 - 4125 & 3 \\ 780 - 1375 & 5 \\ 156 - 275 & \\ \hline & 45 \end{array}$$

⟶ $\boxed{0{,}5 \text{ Ponto}}$

Resp: O divisor **n** que Arthur utilizou foi 45.

Questão 02

1ª Livraria:

Nº de livros: n

Preço por livro: p

2ª Livraria:

Nº de livros: n + 4

Preço por livro: p – 20

$n \cdot p = 1600 \longrightarrow (n+4)\cdot(p-20) = 1600$ $\boxed{0{,}5 \text{ Ponto}}$

$\cancel{np} - 20n + 4p - 80 = \cancel{1600}$
$4p - 20n = 80 : 4$
$p - 5n = 20$
$p = 20 + 5n$

Logo: $n\,(20 + 5n) = 1600$
$5n^2 + 20n - 1600 = 0 : 5$
$n^2 + 4n - 320 = 0$, resolvendo a equação do 2º grau tem-se:
$n = -20$ ou $n = 16$ ⟶ $\boxed{0{,}25 \text{ Ponto}}$

Como n = – 20 não convém, temos n = 16 na 1ª livraria e n + 4 = 20 na 2ª livraria.
Resp:
Afonso comprou, no total, 36 livros. ⟶ $\boxed{0{,}25 \text{ Ponto}}$

Questão 03

a) Fatorando-se 780 tem-se:

$780 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 13$ ⟶ $\boxed{0{,}5 \text{ Ponto}}$

Logo d (780) = (2+1) . (1+ 1) . (1+1) . (1+1)

d (780) = 3 . 2 . 2 . 2 = 24 divisores positivos ⟶

$\boxed{0{,}5 \text{ Ponto}}$

b) d (N) = 21, como N deve ser o menor nº natural, a sua decomposição deve ter os menores fatores primos possíveis, elevados aos maiores expoentes. ⟶ $\boxed{0{,}5 \text{ Ponto}}$

Como 21 pode ser o produto de 1 . 21 ou 1 . 3 . 7, então:

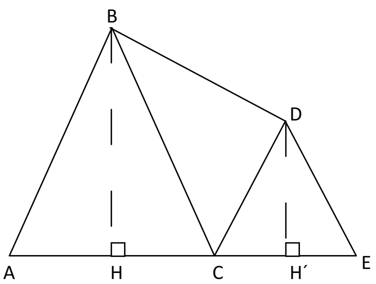
$N = 2^{20}$

$N = 2^2 \cdot 3^6$

$N = 2^6 \cdot 3^2$ ⟶ $\boxed{0{,}5 \text{ Ponto}}$

Resp.: Logo o menor nº natural **N** que admite 21 divisores positivos é 576.

Questão 04



Traçando as alturas $\overline{BH}$ e $\overline{DH'}$ dos triângulos equiláteros ABC e CDE, respectivamente, tem-se que:

$$\overline{BH} = \frac{8\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3}\text{ cm} \quad \text{e} \quad \overline{DH'} = \frac{6\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3}\text{ cm}$$

$\boxed{0{,}25 \text{ Ponto}}$

Calculando a área do trapézio retângulo BHH´D, de bases $\overline{DH'} = 3\sqrt{3}$ cm e $\overline{BH} = 4\sqrt{3}$ cm e altura $\overline{HH'} = 7$ cm tem-se:

$$S = \frac{B+b}{2}\cdot h = \frac{4\sqrt{3} + 3\sqrt{3}}{2}\cdot 7 = \frac{49\sqrt{3}}{2}\text{ cm}^2$$

$\boxed{0{,}25 \text{ Ponto}}$

Sendo assim, a área do quadrilátero ABDE é igual à área do trapézio BHH´D, mais as áreas dos triângulos retângulos ABH e EDH´.

$$S_{ABH} = \frac{B\cdot h}{2} = \frac{4\cdot 4\sqrt{3}}{2} = 8\sqrt{3}\text{ cm}^2$$

$$\text{e } S_{EDH'} = \frac{B\cdot h}{2} = \frac{3\cdot 3\sqrt{3}}{2} = \frac{9\sqrt{3}}{2}\text{cm}^2$$ $\boxed{0{,}25 \text{ Ponto}}$

Resp.:

$$S_{ABDE} = \frac{49\sqrt{3}}{2} + \frac{16\sqrt{3}}{2} + \frac{9\sqrt{3}}{2} = \frac{74\sqrt{3}}{2} = 37\sqrt{3}\text{ cm}^2$$

$\boxed{0{,}25 \text{ Ponto}}$

Questão 05

Primeiramente vamos determinar o valor de cada tonel.

1º Tonel: 225 L × R$ 2,40 = R$ 540,00
2º Tonel: 230 L × R$ 3,00 = R$ 690,00
Logo os dois tonéis juntos têm o valor de R$ 1230,00.

0,25 Ponto

Como após a retirada de gasolina, os tonéis devem conter valores iguais, em reais, de gasolina. Tem-se:
R$ 1230,00 ÷ 2 = R$ 615,00

0,25 Ponto

Logo o 1º tonel deve passar para o valor de R$ 615,00, ganhando assim R$ 75,00 e o 2º tonel deve sofrer uma desvalorização de R$ 75,00, passando a custar os mesmos R$ 615,00.
Como a diferença no litro de gasolina é de R$ 0,60, devemos retirar do 1º tonel e colocar no 2º tonel e vice-versa:

R$ 75,00 ÷ R$ 0,60 = 125 L 0,5 Ponto

Resp: 125 L

Questão 06

	Nº de func.	Média salarial	Folha salarial
INICIAL	n	s	n · s
FINAL	0 . 8 . n	$s + \frac{p}{100} \cdot s$	$0{,}8n \cdot \left(s + \frac{p}{100} \cdot s\right)$

0,5 Ponto

$$0{,}8\, n \cdot \left(s + \frac{p}{100} \cdot s\right) \leq n \cdot s \longrightarrow \boxed{0{,}25 \text{ Ponto}}$$

$$0{,}8\, n \cdot s \left(1 + \frac{p}{100}\right) \leq n \cdot s$$

$$0{,}8 + \frac{0{,}8p}{100} \leq 1$$

$$\frac{0{,}8p}{100} \leq 0{,}2$$

$$0{,}8\, p \leq 20 \Rightarrow p \leq \frac{20}{0{,}8} \Rightarrow p \leq 25 \longrightarrow \boxed{0{,}25 \text{ Ponto}}$$

Resp.: O maior valor inteiro possível para p é 25.

Questão 07

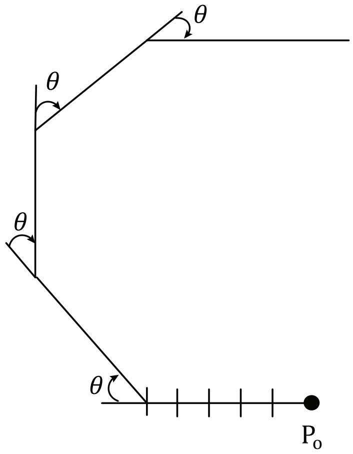
		2		3	
f (x)	+	●	–		–
g (x)	+	○	–	○	+
$\frac{f(x)}{g(x)}$	+	○	+	○	–

0,5 Ponto

Resp.: S = {x ∈ ℝ | x < 3 e x ≠2}. Logo a soma dos valores inteiros positivos que satisfazem a inequação é 1.

0,5 Ponto

Questão 08



Considerando a trajetória do robô um polígono com **n** lados, temos:
5 n = 100
N = 20 (icoságono) ⟶ 0,25 Ponto

a) med (θ) = med (ângulo externo)

$$a_e = \frac{360°}{n} = \frac{360°}{20} = 18° \longrightarrow \boxed{0{,}25 \text{ Ponto}}$$

b) Total de diagonais:

$$D = \frac{n(n-3)}{2} = \frac{20 \cdot 17}{2} = 170 \text{ diagonais} \longrightarrow \boxed{0{,}25 \text{ Ponto}}$$

Diagonais que passam pelo centro:

$$D_c = \frac{n}{2} = \frac{20}{2} = 10$$

Resp.: Diagonais que não passam pelo centro:
170 – 10 = 160 diagonais. ⟶ 0,25 Ponto